М. Д. Гурин

Кубанский государственный университет, г. Краснодар,

max089@mail.ru

ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ОБТЕКАНИЕ ВИХРЕВОЙ ТРУБКИ

Рассмотрим плоскопараллельное обтекание трубки потенциальным потоком, ортогональное сечение Q которой – ограниченная область с кусочно-гладкой границей S, то есть требуется определить в области $Q^+ = R^2 \backslash \bar{Q}$ гармоническое векторное поле $\bar{w}(x) = \{u(x), v(x)\}, x = (x_1, x_2)$, если задана скорость на бесконечности $w(\infty) = \{u_0, v_0\}$ и граница S является линией тока.

Для $\bar{w}(x)$ существует функция тока $\psi(x)$ такая, что $\bar{w}(x) = \{\partial_2\psi(x), -\partial_1\psi(x)\}$ (здесь ∂_k – дифференцирование по k-й переменной). Функция $\psi(x)$ может быть определена в виде

$$\psi(x) = (u_0 x_2 - v_0 x_1) + \int_Q g(y) E(x-y)\, dS_y. \qquad (1)$$

Можно доказать, что на границе S линейная функция представляется логарифмическим потенциалом по области Q, и это представление единственное, если $g(y)$ – гармоническая функция и потенциал Робена на S не равен нулю. Следовательно, представление (1) существует. Задача состоит в определении гармонической функции $g(y)$. Справедливо

Утверждение [1]. *В подпространстве гармонических функций $G(Q) \subset L_2(Q)$ система потенциалов $\gamma_m = E(z^m - x), m = 1, 2.$, где z^m – бизисная последовательность в Q^+, является полной и линейно независимой.*

Функция $\psi(x)$ непрерывно дифференцируема в Q^+. В вычислительном эксперименте рассматривается круг $Q_R = \{|x| < < R\}$, $R > 1$. Функция $g(y) = g_R(y)$ и внутренний вихрь строились для внешнего симметричного обтекающего круг Q_R течения $\bar{w}(x)$ со скоростью на бесконечности $w(\infty) = \{u_0, 0\}$. Функция тока этого течения имеет вид $1 - R^2(x_1^2 + x_2^2)^{-1}$.

Возьмем последовательность базисных точек $z^m \in Q_R^+$ и функции $\gamma_m(x)$. Обозначим $g^N(x)$ проекцию $g(x)$ на подпространство $\{\gamma_m\}_1^N$,

$$g^N(y) = \sum_{m=1}^{N} c_m \gamma_m(y), \; g_R(x) = g^N(x) + \rho^N(x), \; \rho^N \perp \{\gamma_m\}_1^N. \quad (2)$$

Справедливы равенства $\psi_R(z^k) = u_0 z_2^k + (g(y), \gamma_k(y))_Q$, $k = = 1, 2, \ldots$ (через $(\, , \,)_Q$ обозначим скалярное произведение в $L_2(Q)$). Подставим вместо функции g_R её представление и получим следующую систему уравнений для определения коэффициентов c_m:

$$\sum_{m=1}^{N} c_m(\gamma_m(y), \gamma_k(y)) = \psi_R(z^k) - u_0 z_2^k, \; k = 1..N. \quad (3)$$

В круге Q_R получаем симметричный парный вихрь, неподвижными точками которого являются $(\pm R, 0)$, $(0, \pm k)$, $k \approx \approx 0.85$ (рис. 1).

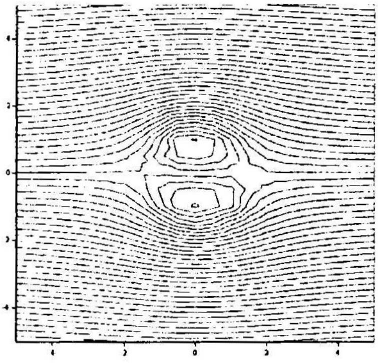

Рис. 1

Работа выполнена в рамках проекта 2.1.1/12952 программы "Развитие научного потенциала высшей школы (2009 - 2011 гг.)" Минобрнауки РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лежнев В. Г., Лежнев А. В. *Метод базисных потенциалов в задачах математической физики и гидродинамики.* – Краснодар: КубГУ, 2009. – 111 с.

П. А. Диденко А. Н. Марковский

Кубанский государственный университет, г. Краснодар, p.a.didenko@gmail.com, mark@kubsu.ru

ВИХРЕВОЕ ОБТЕКАНИЕ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ НЕСКОЛЬКИХ КОНТУРОВ

Рассматривается задача построения в выбранной области вихревого потока идеальной несжимаемой жидкости, обтекающего несколько заданных контуров; функция тока искомого течения представляется в виде логарифмического потенциала,